

УДК 551.4.011

ПРОЦЕССЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОДОЛЬНОГО ПРОФИЛЯ РЕКИ<sup>#</sup>© 2025 г. А. Ю. Сидорчук<sup>1,\*</sup><sup>1</sup> Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, географический факультет, Москва, Россия

\* E-mail: fluvial05@gmail.com

Поступила в редакцию 05.08.2024 г.

После доработки 15.12.2024 г.

Принята к публикации 10.01.2025 г.

Предложено общее уравнение вертикальных деформаций продольного профиля речного русла. Оно описывает изменение во времени отметки поверхности аллювиальной толщи: за счет изменения по длине потока его транспортирующей способности; истирания и эрозии коренных пород речного дна; эффект от поступления в русло наносов со склонов долин и водосборов и общего изменения высот и уклонов в речном бассейне за счет тектонических движений. Эти процессы и эффекты описываются эмпирическими математическими функциями, зависящими от времени, продольной координаты, морфологических и гидрологических характеристик (в первую очередь расхода воды, уклона и кривизны дна русла) и условий на водосборе и на территории. Рассмотрены компоненты общего уравнения и математических выражений для отдельных процессов-факторов и получены главные сочетания условий эрозии, стабильности и аккумуляции в русле реки.

**Ключевые слова:** вертикальные деформации речного русла; математическая модель; аллювиальная толща; коренное дно реки; склоновые процессы; тектонические движения

**DOI:** 10.31857/S2949178925020017; **EDN:** GPONPU

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Литература по вопросам формирования продольных профилей рек обширна. Проблема эта была поднята в отечественной геоморфологии Н. А. Головкинским (1865) и развита В. В. Докучаевым (1878). Поиск в РИНЦ с упоминанием в тексте слов “продольный профиль рек” дал более 1000 публикаций, так что проблема продолжает быть актуальной.

В развернутом виде главные положения о формировании продольного профиля рек описаны К. К. Марковым (1948), Н. И. Маккавеевым (1955) и А. Болигом (1956), там же дан критический разбор предшествующих работ по этой теме. Эти работы дали толчок как многочисленным качественным описаниям морфологии и процессов преобразования продольных профилей конкретных рек, так и работам общего плана. Н. И. Маккавеев (1955) привел пример приближенных (иллюстративных, по его выражению) количественных исследований морфологии и трансформации продольных профилей рек, а М. А. Великанов (1948) модифицировал

для решения этого вопроса уравнение эрозии Экнера (1920). В развитие этих идей появились статьи с количественными (математическими и экспериментальными) решениями этой проблемы, но публиковались они в основном довольно давно — в 50–80-х гг. прошлого столетия [см. библиографию в (Трофимов, Московкин, 1982)], в них использовались разные подходы. В современной отечественной литературе преобладают, за редким исключением, качественные описания (см. общие статьи Чалов, 2002; Назаров и др., 2006). Они совершенно необходимы для отображения всего многообразия морфологии и динамики продольных профилей рек. Тем не менее без количественных построений невозможно дать системный анализ этого явления с учетом всех связей его компонентов.

Количественное описание отдельных процессов трансформации продольных профилей рек имеются в современной научной литературе. Так, Гао с соавторами рассматривают аккумуляцию в устьевой области реки при устьевом удлинении (Gao et al., 2020). Ройден и Перрон рассчитывают форму равновесного продольного профиля реки при тектонических деформациях территории (Royden, Perron, 2013). Большая серия работ по морфологии и скоростям врезания рек, протекающих в коренных породах, была инициирована статьями Стока и Монтгомери (Stock, Montgomery, 1999)

<sup>#</sup> Ссылка для цитирования: Сидорчук А. Ю. (2025) Процессы формирования продольного профиля реки. *Геоморфология и палеогеография*. Т. 56. № 2. С. 185—196. <https://doi.org/10.31857/S2949178925020017>; <https://elibrary.ru/GPONPU>

и Уиппла и Такера (Whipple, Tucker, 1999). В большинстве этих работ, в том числе с использованием ГИС-технологий (Wang et al., 2022), уравнения для транспорта наносов сводятся к связям уклона и площади водосбора, т.е. реализуется подход, предложенный Н. И. Маккавеевым (1955) и проиллюстрированный С. С. и К. С. Воскресенскими (1975) на примере как рек в коренных породах, так и рек в аллювиальном русле. Нами предложена единая система описаний разнообразных процессов и факторов, влияющих на изменения продольных профилей рек (эрозию, стабилизацию, аккумуляцию). Такие количественные описания, выполненные на единой основе, с одной стороны, учитывают главные черты всего разнообразия качественного описания этих процессов, а с другой — более строго очерчивают необходимые условия, в которых эти процессы протекают.

## 2. МЕТОДЫ

Формирование продольных профилей рек контролируется разнообразными процессами-факторами: 1) движения влекомых речных наносов при реализации транспортирующей способности руслового потока; 2) эрозии (истирании, корразии, отрыва обломков) коренных пород речного дна; 3) поступления наносов со склонов и с водосбора; 4) тектонических деформаций, а также 5) процессами химического и биологического выветриваний аллювия и коренных пород речного русла. Многообразие этих процессов приводит к тому, что изменение отметки  $Z$  дна речного русла в данной точке во времени  $t$  запишется в виде суммы:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = H^* \frac{\partial Z_R}{\partial t} + (1 - H^*) \frac{\partial Z_0}{\partial t} + \frac{\partial Z_W}{\partial t} + \frac{\partial Z_{CB}}{\partial t} + \frac{\partial Z_T}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $\partial Z_R / \partial t$  — истирание и эрозия коренных пород речного дна;  $\partial Z_0 / \partial t$  представляет собой изменение во времени отметки поверхности аллювиальной толщи за счет изменения по длине потока его транспортирующей способности;  $\partial Z_W / \partial t$  описывает эффект поступления наносов со склонов речной долины и водосбора;  $\partial Z_{CB} / \partial t$  — понижение дна за счет химического и биологического выветривания;  $\partial Z_T / \partial t$  — общее изменение высот в речном бассейне за счет тектонических движений. Переменная  $H^*$ , по аналогии с функцией Хевисайда, равна единице при возможности эрозии коренного дна в отсутствие отложений аллювия и равна нулю, когда нет таких возможностей при наличии аллювиальной толщи. Биохимическое разрушение аллювия и коренных пород речного дна — большая и специаль-

ная тема (Добровольская и др., 1991; Назаров, 1999; Антроповский, 2008), так что член  $\partial Z_{CB} / \partial t$  в дальнейшем рассматривается только фрагментарно. Не рассматриваются также знакопеременные вертикальные деформации речных русел, связанные с перемещением гряд различных размеров.

Эффекты поступления наносов в результате разнообразных склоновых процессов, а также тектонические деформации, описываются эмпирическими математическими функциями и эмпирическими параметрами, разными для разных участков речной долины и разных территорий. Для расчета истирания коренных пород речного дна и эффектов изменения по длине реки транспортирующей способности потока имеются более общие математические выражения.

### 2.1. Расчет истирания и эрозии коренных пород речного дна

Истирание и эрозию коренных пород речного дна  $\partial Z_R / \partial t$  обычно записывают как функцию уклона свободной поверхности потока (принимаемой равной среднему по длине уклону дна русла  $-\frac{\partial Z_R}{\partial x}$ ) с учетом коэффициента истирания и эрозии  $k_a$  (1/м) и характеристик потока, донного касательного напряжения или удельного (на единицу ширины потока) расхода воды  $q$  м<sup>2</sup>/с. Во втором случае уравнение выглядит так (Сидорчук, 1998):

$$\frac{\partial Z_R}{\partial t} = H^* k_a q \frac{\partial Z_R}{\partial x}. \quad (2)$$

Как уже отмечалось, переменная  $H^*$ , по аналогии с функцией Хевисайда, равна единице при наличии возможностей для эрозии и нулю — при отсутствии таковых. Эти условия определяются мощностью отложений (аллювия или склоновых) на коренном дне русла. По данным экспериментов (Sclar, Dietrich, 2001), уже при слое отложений толщиной в 1–2 частицы коренное ложе перестает размываться ( $H^* = 0$ ). Число  $H^*$  также становится равным нулю, если скорости потока меньше критических неразмывающих, что приводит к формированию слоя отложений на коренном ложе реки.

Для случаев эрозии слабых коренных пород — супесей, суглинков и глин — имеется достаточно эмпирических данных непосредственных измерений на натуральных объектах (Sidorchuk, 2015). Если коренные породы представлены скальными породами, проводятся наблюдения в руслах горных рек (Lague, 2014) или в экспериментальных лотках (Wilson, 2009). Расчеты скорости эрозии за длительное время по содержанию изотопа <sup>10</sup>Be обычно делаются для поверхности водосбора, а не русел. Такие данные (Pfeiffer et al., 2017) не противоречат формуле (2), но характеризуются большим разбросом.

Коэффициент истирания неоднократно исследовался. Будем пользоваться его зависимостью от критической вертикальной нагрузки  $\sigma_{cr}$ , полученной (Sclar, Dietrich, 2001; Stock et al., 2005) для большого количества горных пород:  $k_a \sim \sigma_{cr}^{-2}$ .

## 2.2. Расчет изменений поверхности аллювия речного русла

Изменение во времени отметки поверхности аллювиальной толщи  $Z_0$  (с учетом пористости отложений  $\varepsilon$ ) за счет изменения по длине потока удельного на ширину русла объемного расхода влекомых наносов  $q_s$  записывается через уравнение деформации (Exner, 1920; Великанов, 1948, 1958):

$$(1 - \varepsilon) \frac{\partial Z_0}{\partial t} = - \frac{\partial q_s}{\partial x}. \quad (3)$$

Удельный объемный расход влекомых наносов  $q_s$  в  $\text{м}^2/\text{с}$  (в расчетных формулах равный транспортирующей способности потока) в наиболее общем виде по М. А. Великанову (1958) рассчитывается как произведение концентрации наносов в придонном слое  $C$  на толщину этого слоя  $\Delta$  и скорость перемещения частиц наносов  $U_p$ :

$$q_s = CU_p \Delta. \quad (4)$$

К. В. Гришанин (1972), обобщая работы многих авторов, раскрывает эту формулу следующим образом:

$$q_s = k \left( \frac{U}{U_{cr}} \right)^3 (U - U_{cr}) D, \quad (5)$$

где  $k$  — коэффициент,  $U$  — средняя по вертикали скорость потока ( $\text{м}/\text{с}$ ),  $D$  — диаметр влекомых наносов ( $\text{м}$ ).

Критическая средняя скорость начала движения наносов  $U_{cr}$  ( $\text{м}/\text{с}$ ) вычисляется по формуле Г. И. Шамова (1959) с учетом влияния глубины потока  $d$  ( $\text{м}$ ):

$$U_{cr} = k_{sh} D^{1/3} d^{1/6}, \quad (6)$$

где  $k_{sh}$  — размерный коэффициент, приводящий формулу к размерности  $\text{м}/\text{с}$ .

Скорость потока можно выразить с помощью формулы Шези—Маннинга через уклон свободной поверхности  $S = -\frac{\partial z}{\partial x}$ , глубину потока и коэффициент шероховатости  $n$  ( $\text{с}/\text{м}^{1/3}$ ):

$$U = \sqrt{S} \frac{d^{2/3}}{n}. \quad (7)$$

Куб скорости потока тогда можно записать через удельный расход воды  $q$  ( $\text{м}^2/\text{с}$ ) и уклон:

$$U^3 = U^2 U = \frac{d^{1/3}}{n^2} q S, \quad (8)$$

т. е. аналогично формуле для скорости размыва коренного ложа, но с другим коэффициентом. Удельный расход влекомых наносов в этом случае выразится формулой:

$$q_s = - \frac{kq}{k_{sh}^3 n^2 d^{1/6}} \frac{\partial z}{\partial x} (U - U_{cr}). \quad (9)$$

А уравнение (3) принимает вид:

$$\frac{\partial Z_0}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} F U_p \frac{\partial Z_0}{\partial x}, \quad (10)$$

где

$$F = \frac{1}{1 - \varepsilon} \frac{kq}{k_{sh}^3 n^2 d^{1/6}}, \quad (11)$$

$$U_p = (U - U_{cr}) = \left( \sqrt{S} \frac{d^{2/3}}{n} - U_{cr} \right). \quad (12)$$

Так как  $F$  и  $U_p$  являются функциями от  $x$ , уравнение (10) можно раскрыть:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_0}{\partial t} &= \frac{\partial F U_p}{\partial x} \frac{\partial Z_0}{\partial x} + F U_p \frac{\partial^2 Z_0}{\partial x^2} = \\ &= U_p \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial Z_0}{\partial x} + F \frac{\partial U_p}{\partial x} \frac{\partial Z_0}{\partial x} + F U_p \frac{\partial^2 Z_0}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

В уравнениях (10) и (13) уклоны свободной поверхности и дна, как и в уравнении (2), приняты равными. Дальнейшее раскрытие членов уравнения (13), видимо, нецелесообразно.

Применение формулы (8) позволяет рассматривать в первую очередь влияние на изменения продольного профиля реки характеристик рельефа и стока воды путем анализа формул (10) и (13).

Для решения каждого из вариантов записи уравнения деформации (3, 10, 13) применяются либо аналитические (Девдариани, 1963; Великанов, 1958; Ананян, 1962), либо численные методы (Потапов, Снигур, 2019), рассмотрение вида которых не входит в задачу настоящей статьи.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Таким образом, уравнение (1) для деформации продольного профиля речного русла с учетом уравнений (2) и (3) выглядит как

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = - \frac{1 - H^*}{(1 - \varepsilon)} \frac{\partial q_s}{\partial x} + \frac{\partial Z_W}{\partial t} + H^* k_a q \frac{\partial Z_R}{\partial x} + \frac{\partial Z_T}{\partial t}. \quad (14)$$

Члены, зависящие от продольной координаты  $x$ , показывают, что на изменение отметок дна русла в данной точке влияют изменения в этой и других точках, иногда достаточно далеких, например, при изменениях базиса эрозии, местного или общего (см. Gao et al., 2020). Рассмотрим различные

комбинации величин и знаков компонентов этого уравнения, контролирующих процессы эрозии, стабильности и аккумуляции в русле реки.

### 3.1. Русло реки в аллювиальной толще

Рассмотрим условия: русло реки в аллювиальной толще (число  $H^* = 0$ ), поступление наносов со склонов долины и с водосбора незначительно, тектоническими движениями можно пренебречь. Тогда уравнение (14) сводится к уравнению деформации (3). Удельный расход влекомых наносов  $q_s$  в этом случае обычно равен транспортирующей способности потока, так как мощность слоя аллювия достаточна для реализации переформирования продольного профиля любой амплитуды.

### 3.2. Стабильность продольных профилей рек

Если геоморфологические, гидрологические и технологические условия стационарны, то при осреднении во времени  $t$  для периода  $\Delta T$  разнонаправленные вертикальные переформирования русла взаимно уничтожаются.

Наиболее часто [см. историю вопроса у К. К. Маркова (1948) и А. Болига (1956)] рассматривается динамическая устойчивость продольного профиля реки (профили равновесия, выработанные профили, *graded, steady* и т.п.). Такая устойчивость реализуется при условии:

$$\overline{q_s} = k \left( \frac{U}{U_{cr}} \right)^3 (U - U_{cr}) D = \text{const}, \quad (15)$$

где  $\overline{q_s}$  — осредненный для периода  $\Delta T$  удельный расход влекомых наносов, в дальнейшем знак осреднения (верхняя черта) опускается.

Что представляет собой константа в уравнении (15) в общем случае, неизвестно. Предполагается (см. указанные обзоры), что ее величина формируется в результате некоего саморегулирования процессов эрозии и аккумуляции в русле. Если использовать уравнение (10), то динамическая устойчивость при стационарных гидрологических и технологических условиях описывается равенством:

$$-FU_p \frac{\partial Z_0}{\partial x} = \text{const}, \quad (16)$$

модификации которого обычно и применяются при анализе морфологии продольного профиля реки, называемого устойчивым (равновесным, выработанным и пр.). Для длительной динамической устойчивости русла необходимо саморегулирование равенств (15) и (16), что сложно себе представить из-за большого количества переменных, частью независимых, входящих в эти равенства. Очевидно, если в правую часть уравнения (14) входят и другие члены, кроме первого, говорить о динамической устойчивости русла в терминах условия (15) не приходится.

Для небольших периодов времени и в определенных условиях такое саморегулирование, видимо, происходит. Примером является изменение максимальных глубин в устьевой области р. Ваиау (Южный остров, Новая Зеландия), где знакопеременные вертикальные переформирования русла с периодом 1.5–2 года и амплитудой до 2.0 м при осреднении не показывают значимого общего тренда за 11 лет наблюдений (рис. 1).

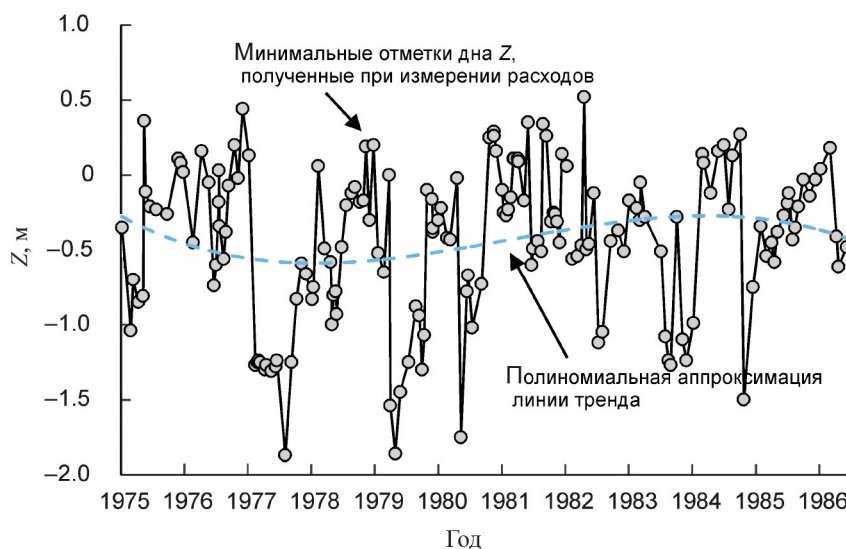


Рис. 1. Изменение отметок дна русла в устьевой области р. Ваиау (Южный остров, Новая Зеландия).

Fig. 1. Change in channel bottom elevations in the mouth area of the Waiau River (South Island, New Zealand).

**Таблица 1.** Условия размыва и аккумуляция наносов\***Table 1.** Conditions of erosion and accumulation of sediments\*

N	1	2	3	4	5	6
	$U_p \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial Z_0}{\partial x}$	$F \frac{\partial U_p}{\partial x} \frac{\partial Z_0}{\partial x}$	$F U_p \frac{\partial^2 Z_0}{W \partial x^2}$	$\Sigma$	$F U_p \frac{\partial^2 Z_0}{W \partial x^2}$	$\Sigma$
1	+	+	+	+	–	+/–
2	+	–	+	+/–	–	+/–
3	–	+	+	+/–	–	+/–
4	–	–	+	+/–	–	–

*Примечание.* \* – Знаки членов уравнения баланса наносов (13), способствующие аккумуляции (+) или эрозии (–) аллювиальных толщ. Знак (+) в третьей колонке относится к вогнутому продольному профилю с положительной кривизной, знак (–) в пятой – к выпуклому. Положительная сумма членов (+) означает аккумуляцию, отрицательная (–) – размыв, (+/–) – возможны или аккумуляция, или размыв. Уклон дна русла принимается везде положительный  $S = -dZ_0/dt$ .

*Note.* \* – Signs of the terms of the sediment balance equation (13) that contribute to accumulation (+) or erosion (–) of alluvial strata. The sign (+) in the third column refers to a concave longitudinal profile with positive curvature, the sign (–) in the fifth to a convex one. A positive sum of terms (+) means accumulation, a negative sum (–) means erosion, (+/–) – the both signs means or accumulation, or erosion. River bed slope is positive for all cases:  $S = -dZ_0/dt$ .

Если константа в (15) равна нулю, это соответствует статической устойчивости русла при отсутствии стока влекомых наносов:

$$q_s = 0. \quad (17).$$

Такое условие реализуется при скоростях потока меньше критических неразмывающих  $(U - U_{cr}) < 0$ . После критики идеи терминального продольного профиля реки (Марков, 1948) это условие редко рассматривается в чистом виде, так как при таких малых скоростях потока главную роль начинают играть другие факторы, такие как склоновые процессы и поступление взвешенных наносов с водосбора. Тем не менее такие реки существуют. Описана (Панин и др., 1990) р. Джаман-Даван в бассейне р. Нарын (Киргизия), которая течет в мощной толще хорошо окатанных валунов, и сток которой практически полностью переходит в грунтовый. На поверхности валунной толщи остаются небольшие разветвленные водотоки со скоростями течения недостаточными, чтобы передвигать эти валуны. Водосбор реки сложен слабо консолидированными алевролитами, и такие мелкие частицы, поступающие со склонов, не откладываются в руслах, и река сохраняет свой вид (“терминальный” продольный профиль) длительное время. Тем не менее поверхность и толща валунов постепенного заиливаются, что в конечном счете приведет к переходу грунтового стока в речной, размыву отложений и врезанию реки. Такой сценарий, вероятно, реализовался (Панин и др., 1990) в долине р. Алабуги, притоком которой является р. Джаман-Даван.

### 3.3. Условия размыва и аккумуляция наносов в аллювиальном русле

Аккумуляция наносов в аллювиальном русле будет происходить, если правая часть уравнений (3), (10) и (13) больше нуля, т.е. транспортирующая способность потока уменьшается вниз по реке, в противном случае происходит размыв. Аккумуляция наносов может происходить в четырех случаях, когда продольный профиль реки вогнутый, и в трех, когда выпуклый (табл. 1). Размыв возможен в трех случаях, когда продольный профиль реки вогнутый, и в четырех, когда выпуклый.

Реализация каждого из этих условий зависит от конкретных морфологических и гидрологических характеристик русла. Некоторые из них более вероятны, чем другие, но скорее всего в природе можно найти все эти варианты.

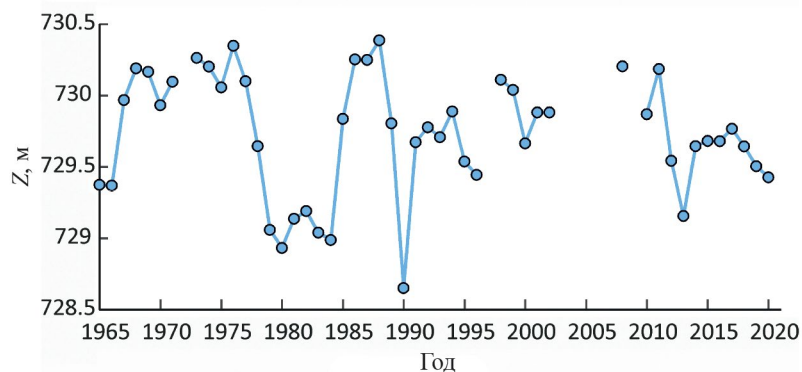
### 3.4. Поступление наносов со склонов в аллювиальное русло

Если русло реки протекает в аллювиальной толще и поступление наносов со склонов речной долины и водосбора существенно, анализу подлежит уравнение:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = -\frac{1}{(1 - \varepsilon)} \frac{\partial q_s}{\partial x} + \frac{\partial Z_W}{\partial t}. \quad (18)$$

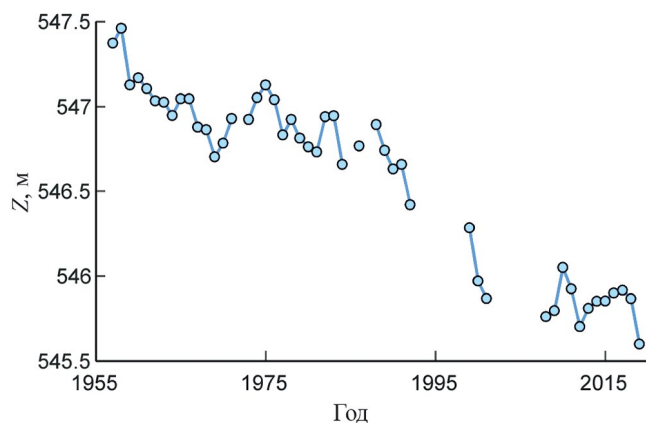
Для такого русла также существуют условия стационарности, аккумуляции и размыва продольного профиля реки.

Для стационарности продольного профиля необходимо, чтобы русло размывалось, и скорость размыва в среднем за длительный период была бы равна скорости поступления наносов со склонов:



**Рис. 2.** Изменение во времени минимальных уровней на р. Урух (в/п Хазнидон) при одинаковых расходах воды 5.0 м³/с (по (Sidorchuk, 2023), с упрощениями и дополнениями).

**Fig. 2.** Change in minimum levels over time on the Uruk River (Khaznidon gauging station) at the same discharge of 5.0 m³/s (from (Sidorchuk, 2023), with simplifications and additions).



**Рис. 3.** Врезание р. Камбилеевка (в/п Ольгинское) на тектонически погружающейся наклонной Осетинской равнине (из (Sidorchuk, 2023), с упрощениями и дополнениями).

**Fig. 3.** Incision of the Kambileevka River (Olginskoye gauging station) on the tectonically subsiding inclined Ossetian Plain (from (Sidorchuk, 2023), with simplifications and additions).

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} > 0; \frac{\partial Z_W}{\partial t} = \frac{1}{(1 - \varepsilon)} \frac{\partial q_s}{\partial x}. \quad (19)$$

Для сравнительно небольших отрезков времени (до 50 лет) такая ситуация реализуется, например, на р. Урух на Осетинской равнине в бассейне р. Терек, в которую в горах поступает большое количество наносов при селевых выбросах. Тем не менее дно русла Уруха на в/п Хазнидон в 1965–2015 гг. испытывало знакопеременные переформирования без общего тренда эрозии или аккумуляции (рис. 2).

Выполнения условия динамической устойчивости (19) длительное время еще менее вероятно, чем

условия (16), так как здесь необходимое для этого саморегулирование процессов эрозии и аккумуляции контролируется еще и слабо связанным с морфометрией русла поступлением наносов со склонов.

Когда реализуются условия размыва аллювиального русла, но скорость размыва превышает скорость поступления наносов со склонов, будет происходить однонаправленная эрозия:

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} > 0; \frac{1}{(1 - \varepsilon)} \frac{\partial q_s}{\partial x} > \frac{\partial Z_W}{\partial t}. \quad (20)$$

Вероятно, такая ситуация возникает не часто. В бассейне р. Терек эрозия происходит в Терек и его притоках на Осетинской равнине выше Сунженского хребта. Хотя с гор в реки поступает большое количество наносов в виде селей, на равнине реки врезаются (рис. 3), вероятно регрессивно вслед за врезанием Терека в воздымающемся Сунженском хребте.

Более обычной при значительном поступлении наносов со склонов будет аккумуляция в русле. Это может быть в условиях общей аккумуляции, когда склоновые отложения увеличивают ее скорость:

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} < 0; \frac{\partial Z}{\partial t} = -\frac{1}{(1 - \varepsilon)} \frac{\partial q_s}{\partial x} + \frac{\partial Z_W}{\partial t} \quad (21)$$

или в условиях размыва, когда скорость поступления наносов со склонов больше скорости врезания:

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} > 0; \frac{\partial Z_W}{\partial t} > \frac{1}{(1 - \varepsilon)} \frac{\partial q_s}{\partial x}. \quad (22)$$

Примером является р. Ваипаоа на СВ Новой Зеландии, где аккумуляция наносов в русле (рис. 4) происходит за счет интенсивных склоновых процессов в верховьях реки (Trustum et al., 1999).



### 3.5. Влияние тектонических деформаций территории

Если рассматривать длительные отрезки времени, тектонические движения в той или иной степени изменяют форму продольного профиля реки по-разному в разных частях речного бассейна, как это показал Н. И. Маккавеев (1971). Анализу подлежит осредненное во времени уравнение:

$$\frac{\partial Z_0}{\partial t} = U_p \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial Z_0}{\partial x} + F \frac{\partial U_p}{\partial x} \frac{\partial Z_0}{\partial x} + FU_p \frac{\partial^2 Z_0}{\partial x^2} + \frac{\partial Z_W}{\partial t} + \frac{\partial Z_T}{\partial t}. \quad (23)$$

Будем рассматривать случай вогнутого продольного профиля реки. Как уже отмечалось, если правая часть уравнения без последнего члена больше нуля, в русле будет происходить аккумуляция наносов. Если русло не врезается, тектонические поднятия всех типов не увеличивают относительную высоту склонов и в первом приближении не влияют на скорость поступления наносов в русло.

Изменения условий для аккумуляции и размыва за счет тектонических деформаций можно проследить с помощью табл. 1. Например, если продольный профиль вогнутый и  $F$  и  $U_p$  увеличиваются по длине реки, то при линейном косом поднятии территории, когда верховья реки воздымаются быстрее низовьев, увеличивается общий уклон, и сумма первых двух членов правой части уравнения (23), которая по модулю могла быть меньше третьего члена, может стать равна этому члену (динамическая стабильность) и больше него — происходит смена аккумуляции наносов размывом аллювиальных отложений. Вероятно, это один из

сценариев формирования хордовых цикловых аллювиальных террас.

Если косое поднятие сопровождается сводовым изгибом территории, то за счет уменьшения положительной кривизны продольного профиля реки смена аккумуляции размывом происходит быстрее за счет уменьшения значения третьего члена правой части уравнения (23).

Если  $F$  и  $U_p$  уменьшаются по длине реки, то, как это ни парадоксально, линейное косое поднятие усиливает режим аккумуляции на вогнутом продольном профиле реки.

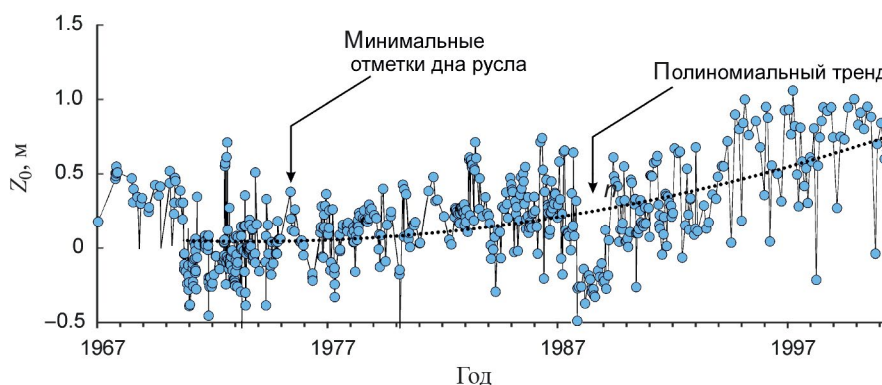
В целом все многообразие знака и геометрии тектонических движений ведет к многообразию реакции на него составляющих уравнения (23), соответствующих переформирований в аллювиальном русле в геологическом времени в каждом конкретном случае.

### 3.6. Русло реки при дефиците аллювиального материала

Довольно часто складывается ситуация, когда аллювия в русле достаточно, чтобы еще не проявлялись процессы размыва коренного ложа реки, но, тем не менее, доступное количество наносов на участке русла длиной  $\Delta x$  меньше, чем должен быть объем размыва аллювия за время  $\Delta T$  при разности транспортирующей способности потока  $\Delta q_s$  на этом отрезке:

$$\Delta Z_W \Delta x < \Delta q_s \Delta T, \quad (24)$$

где  $\Delta Z_W$  — мощность слоя доступного для размыва аллювия. Пока соблюдается условие (24), фактический расход наносов меньше транспортирующей способности. Довольно быстро тип трансформации продольного профиля реки меняется, основное значение приобретают истирание и эрозия коренных пород речного дна.



**Рис. 4.** Изменение отметок дна русла на р. Ваипаоа, водомерный пост Канаканайя (Северный остров, Новая Зеландия).

**Fig. 4.** Change in channel bottom elevations on the Waipaoa River, Kanakanaiya gauging station (North Island, New Zealand).

### 3.7. Истирание и эрозия коренных пород речного дна

Дефицит руслового аллювия, постоянный или временный (обычно во время мощных паводков), приводит к постоянной или временной эрозии коренного ложа речного русла. Если скоростями тектонических процессов можно пренебречь, то уравнение (14) с числом  $H^* = 1$  записывается в виде уравнения (2):

$$\frac{\partial Z_R}{\partial t} = H^* k_a q \frac{\partial Z_R}{\partial x}. \quad (25)$$

Оно описывает однонаправленную эрозию, которую может остановить только уменьшение скоростей потока до критических скоростей прекращения размыва коренных пород или формирования слоя аллювия, достаточного для прекращения эрозии коренного дна. В обоих случаях число  $H^*$  становится равным нулю. Как указывал Н. И. Маккавеев (1955), трансформация продольного профиля реки при этом не заканчивается, так как основное значение начинают иметь факторы биохимической денудации.

Река Алабуга в Киргизии (бассейн р. Нарын) в естественном состоянии врезается в слоистые слабо консолидированные алевролиты (практически алевроиты) в среднем течении со скоростями 110–190 и до 340 мм/год в среднем за 10–30 лет. Судя по глубине сформировавшегося каньона, врезание с такой интенсивностью продолжается не менее 300 лет. Однако уже в нижней части р. Алабуги врезанные излучины с ложем из коренных пород сменяются разветвленным руслом с осередками и достаточно мощной толщей аллювия, чтобы скорости врезания уменьшились до 30–40 мм/год в 10 км от устья и до 9 мм/год в устьевом створе (Панин и др., 1992).

В отдельных случаях скоростями тектонических процессов можно пренебречь из-за очень высоких скоростей врезания потока в слабые коренные породы. Так, р. Терек врезалась в песчаники и алевролиты Сунженского хребта со скоростью 32 мм/год в 1935–1985 гг. и в андезиты лавовых потоков с горы Казбек со скоростью 37–38 мм/год в 1945–1986 гг. Скорости поднятия Сунженского хребта за плиоцен-четвертичное время составили 0.2–0.4 мм/год, Большого Кавказа в районе горы Казбек — 0.7–0.9 мм/год, т.е. в 50–100 раз меньше современных скоростей врезания реки (Sidorchuk, 2023).

При врезании реки в прочные коренные породы средние за длительное время скорости эрозии становятся сопоставимы со скоростями тектонических поднятий. В этом случае для реки весьма вероятно состояние динамической устойчивости, когда скорости тектонического поднятия компенсируются врезанием русла:

$$k_a q \frac{\partial Z_R}{\partial x} + \frac{\partial Z_T}{\partial t} = 0. \quad (26)$$

Анализ уравнения (26) (обычно ретроспективный) показывает и необходимые условия для реализации такого состояния продольного профиля реки, и те изменения характеристик тектоники, литологии и гидрологического режима, которые приводят к выходу из этого состояния. Пример подобного анализа можно найти в (Royden, Perron, 2013).

### 3.8. Пространственные соотношения процессов эрозии-аккумуляции в аллювиальной толще и коренных породах

По длине реки часто мощность аллювиальной толщи изменяется так, что на одних участках реализуется уравнение (3), на других — уравнение (2). Участки выхода коренных пород с позиций анализа уравнения (3) являются местными базисами эрозии, где это уравнение заменяется уравнением (2). При поступлении наносов со склонов на участки выхода коренных пород, что часто бывает в верховьях горных рек, возникает проблема учета дефицита наносов. Так как непосредственный размыв коренных пород происходит только при отсутствии аллювиального материала и зависит в основном от местных гидрологических, литологических и тектонических условий, применение уравнения (2) для данного участка русла реки обычно не осложняется наличием соседних участков с аллювиальным чехлом. Это довольно обычная ситуация, когда в плесах во время паводков обнажаются коренные породы, и следует применять уравнение (2), а на перекатах, побочнях и осередках мощность аллювия достаточна для применения уравнения (3).

## 4. ОБСУЖДЕНИЕ

Анализ уравнения (1) показывает множественность вариантов реализации процессов стабильности, эрозии и аккумуляции продольного профиля реки. Нами были рассмотрены далеко не все эти варианты, хотя логика построения этих вариантов была представлена. Количество элементов (членов) этого уравнения, которые контролируют эти процессы, ограничено. Это хорошо известные факторы руслового процесса: морфология русла, крупность аллювия, состав коренных пород ложа русла, гидравлика потока, гидрология водосбора, склоновые процессы, тектоника. Большинство этих факторов могут быть представлены в виде эмпирических уравнений, таблиц значений переменных и величин отдельных параметров. Поэтому в каждом конкретном случае с помощью этих уравнений и чисел можно рассчитать конкретный, часто очень сложный вариант трансформации продольного про-



филя реки. Для многих участков русел рек можно составить таблицы типа табл. 1 и выявить на количественном уровне условия для проявления направленности процессов. Рассмотрение таких конкретных случаев требует отдельных исследований.

Важной частью такого рода количественного анализа является выявление типа трансформации продольного профиля: путем размыва коренных пород ложа речного дна (уравнение 2) или аллювиальной толщи (уравнение 3). Оба эти типа контролируются обратными связями в геоморфологической системе, но разница между ними принципиальная. Размыв коренных пород при отсутствии тектонических движений — однонаправленный процесс понижения отметок речного дна. В этом процессе возможное саморегулирование заключается в полном прекращении механического размыва дна при соответствующем уменьшении скоростей потока. Геоморфологические процессы пенецилизации по Дэвису (Davis, 1922) или педипленизации по Кингу (King, 1953) происходят в рамках именно этого типа трансформации продольного профиля рек. Неоднократно отмечалось, что процессы понижения речного дна не заканчиваются с прекращением механического размыва дна, но для количественного описания этих процессов требуются уже другие уравнения.

При наличии тектонического поднятия территории возможно и вероятно динамическое равновесие продольного профиля реки при однонаправленном врезании в коренные породы дна (уравнение 26), но вряд ли такой процесс можно называть саморегулированием.

То, что обычно называют саморегулированием при трансформации продольного профиля реки, т.е. увеличение уклонов в нижней части области аккумуляции наносов и соответствующем оживлении эрозии или уменьшение уклонов в нижней части области эрозии и оживление аккумуляции, возможно только в реке в аллювиальной толще. Основные морфологические и гидравлические предпосылки такого саморегулирования были рассмотрены в общем, и для каждого конкретного случая можно подобрать все количественные характеристики этого процесса. Дополнительные процессы деформации продольного профиля, как то тектонические или склоновые, не редуцируют такого саморегулирования, но вносят в него некоторые поправки.

Во многих работах в отечественной литературе, начиная с книги Н. И. Маккавеева (1955), рассматривается морфология стабильного (выработанного) продольного профиля реки через связь уклона  $S$  с расходом воды  $Q$  (м<sup>3</sup>/с) или площадью водосбора  $A$ :

$$S = \frac{K}{Q^r} = \frac{K_1}{A^{r_1}}, \quad (27)$$

где  $K$ ,  $K_1$  и  $r$ ,  $r_1$  — эмпирические региональные коэффициенты и показатели степени. Нужно иметь в виду, что уравнение (27) выводится как из уравнений (16) и (17) для рек в аллювиальном русле, так и из уравнения (26) для рек на коренном ложе. Это все принципиально разные условия стабильности русла реки. Так, в работе С.С. и К. С. Воскресенских (1975) анализируется выработанный продольный профиль реки [т.е., по определению Н. И. Маккавеева, русло в аллювиальной толще, описываемое уравнением (16)], и для случая  $r = 0.5$  показаны различия для рек в аллювии и в коренных породах (см. рис. 2 в указанной статье).

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ уравнения (14) при различных комбинациях входящих в него членов позволяет определить главные состояния продольного профиля реки — динамическую устойчивость, врезание и аккумуляцию, и все многообразие характеристик главных геоморфологических, литологических, гидрологических и тектонических факторов, определяющих эти главные состояния. Такой анализ дает возможность предварительного общего прогноза развития продольного профиля без подробных вычислений. Такой прогноз может быть первым шагом в решении конкретных задач определения эволюции продольного профиля реки. Дальнейшие усилия в этой области должны быть направлены на рассмотрение наиболее типичных примеров полного решения этой задачи с помощью численного анализа приведенных уравнений на основе региональных значений входящих в них переменных и параметров.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ананян А.К. (1962) Прогнозирование устойчивой формы продольного профиля реки. В сб.: *Результаты комплексных исследований по Севанской проблеме*. Т. 2. Ереван: Изд-во АН АрмССР. С. 154—180.
- Антроповский В.И. (2008) Морфология и деформация русел рек с проявлениями карстово-суффозионных процессов. СПб: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена. 117 с.
- Болиг А. (1956) Очерки геоморфологии. М.: Изд-во иностран. лит. 262 с.
- Великанов М.А. (1948) Гидрология суши. Л.: Гидрометеиздат. 530 с.
- Великанов М.А. (1958) Русловой процесс (основы теории). М.: Физматгиз. 395 с.
- Воскресенский С.С., Воскресенский К.С. (1975) Выработанный продольный профиль реки. *Геоморфология*. № 1. С. 14—22.

- Головкинский Н.А. (1865) О послетретичных образованиях по Волге в ее среднем течении. Казань: Унив. тип. 76 с.
- Гришанин К.В. (1972) Теория руслового процесса. М.: Транспорт. 215 с.
- Девдариани А.С. (1963) Профиль равновесия и регулярный режим. В сб.: *Вопросы географии*. № 63. М.: Географиз. С. 33–48.
- Добровольская Н.Г., Лодина Р.В., Чалов Р.С. (1991) О роли механического и биохимического выветривания в формировании состава руслового аллювия. *Геоморфология*. № 1. С. 59–64.
- Докучаев В.В. (1878) Способы образования речных долин Европейской России. СПб: Типография В. Дермакова. 221 с.
- Маккаев Н.И. (1955) Русло реки и эрозия в ее бассейне. М.: Изд-во АН СССР. 346 с.
- Маккаев Н.И. (1971) Сток и русловые процессы. М.: Изд-во МГУ. 115 с.
- Марков К.К. (1948) Основные проблемы геоморфологии. М.: Географиз. 344 с.
- Назаров Н.Н. (1999) Теоретические и прикладные аспекты изучения закономерностей современного формирования карстовых участков речных долин. В сб.: *Материалы и краткие сообщения 14-го пленума межсвузовского координационного совещания по проблеме эрозионных, русловых и устьевых процессов*. Уфа: БГУ. С. 168–169.
- Назаров Н.Н., Чалов Р.С., Чалов С.Р., Чернов А.В. (2006) Продольные профили, морфология и динамика русел горно-равнинных областей. *Географический вестник*. № 2(4). С. 37–47.
- Панин А.В., Сидорчук А.Ю., Чалов Р.С. (1990) Катастрофические скорости формирования флювиального рельефа. *Геоморфология*. № 2. С. 3–11.
- Панин А.В., Сидорчук А.Ю. (1992) Морфодинамика русла р. Алабуги (Кыргызстан). В сб.: *Доклады секции русловых процессов Научного совета ГКНТ. Проблемы гидравлики и руслового процесса горных рек*. Т. 3. СПб: Гидрометеиздат. С. 129–138.
- Потапов И.И., Снигур К.С. (2019) О решении уравнения Экснера для дна, имеющего сложную морфологию. *Компьютерные исследования и моделирование*. Т. 11. № 3. С. 449–461.  
<https://doi.org/10.20537/2076-7633-2019-11-3-449-461>
- Сидорчук А.Ю. (1998) Динамическая модель овражной эрозии. *Геоморфология*. № 4. С. 28–38.
- Трофимов А.М., Московкин В.М. (1982) Моделирование устойчивой системы река–канал. *География и природные ресурсы*. № 4. С. 101–107.
- Шамов Г.И. (1959) Речные наносы. Л.: Гидрометеиздат. 378 с.
- Чалов Р.С. (2002) Горные реки и реки в горах: продольный профиль, морфология и динамика русел. *Геоморфология*. № 3. С. 26–40.
- Davis W.M. (1922) Peneplains and the geographical cycle. *Geol. Soc. Am. Bull.* Vol. 33. No. 3. P. 587–598.  
<https://doi.org/10.1130/GSAB-33-587>
- Exner F.M. (1920) Zur physik der dünen. *Akad. Wiss. Wien Math. Naturwiss. Klasse*. Vol. 129(2a). P. 929–952 (in German).
- Gao W., Li D., Wang Z.B. et al. (2020) The longitudinal profile of a prograding river and its response to sea level rise. *Geophys. Res. Lett.* Vol. 47. Iss. 21. P. 1–9.  
<https://doi.org/10.1029/2020GL090450>
- King L.C. (1953) Canons of landscape evolution. *Geol. Soc. Am. Bull.* Vol. 64. Iss. 7. P. 721–752.  
[https://doi.org/10.1130/0016-7606\(1953\)64\[721:COLEJ\]2.0.CO;2](https://doi.org/10.1130/0016-7606(1953)64[721:COLEJ]2.0.CO;2)
- Lague D. (2014) The stream power river incision model: evidence, theory and beyond. *Earth Surf. Processes and Landforms*. Vol. 39. No. 1. P. 38–61.  
<https://doi.org/10.1002/esp.3462>
- Pfeiffer A.M., Finnegan N.J., Willenbring J.K. (2017) Sediment supply controls equilibrium channel geometry in gravel rivers. *Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences*. Vol. 114. No. 13. P. 3346–3351.  
<https://doi.org/10.1073/pnas.1612907114>
- Royden L., Perron J.T. (2013) Solutions of the stream power equation and application to the evolution of river longitudinal profiles. *J. Geophys. Res.: Earth Surf.* Vol. 118. Iss. 2. P. 497–518.  
<https://doi.org/10.1002/jgrf.20031>
- Sidorchuk A. (2015) Gully erosion in the cold environment: Risks and hazards. *Adv. Environ. Res.* (Hauppauge, NY, U.S.). Vol. 44. P. 139–192.
- Sidorchuk A. (2023) The processes of aggradation and incision in the channels in the Terek River basin, the North Caucasus: The hydrological fluvial archives of the recent past. *Quaternary*. Vol. 6. No. 3. P. 47.  
<https://doi.org/10.3390/quat6030047>
- Sklar L.S., Dietrich W.E. (2001) Sediment and rock strength controls on river incision into bedrock. *Geology*. Vol. 29. No. 12. P. 1087–1090.  
[https://doi.org/10.1130/0091-7613\(2001\)029<1087:SARSCO>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1130/0091-7613(2001)029<1087:SARSCO>2.0.CO;2)
- Stock J.D., Montgomery D.R. (1999) Geologic constraints on bedrock river incision using the stream power law. *J. Geophys. Res.* Vol. 104. Iss. B3. P. 4983–4993.  
<https://doi.org/10.1029/98JB02139>
- Stock J.D., Montgomery D.R., Collins B.D. et al. (2005). Field measurements of incision rates following bedrock exposure: Implications for process controls on the long profiles of valleys cut by river debris flows. *Geol. Soc. Am. Bull.* Vol. 117. Iss. 11/12. P. 174–194.  
<https://doi.org/10.1130/B25560.1>
- Trustrum N.A., Gomez B., Page H.J. et al. (1999) Sediment production, storage and output: the relative role of large magnitude events in steepland catchments. *Zeitschrift für Geomorphologie (Suppl.)*. Vol. 115. P. 71–86.
- Wang Y., Zheng D., Zhang H. (2022) The methods and program implementation for river longitudinal profile analysis – RiverProAnalysis, a set of open-source functions based on the Matlab platform. *Sci. China: Earth Sci.* Vol. 65. P. 1788–1809.  
<https://doi.org/10.1007/s11430-021-9938-x>

Whipple K.X., Tucker G.E. (1999) Dynamics of the stream-power river incision model: Implications for height limits of mountain ranges, landscape response timescales, and research needs. *J. Geophys. Res.* Vol. 104.

Iss. B8. P. 17661–17674.

<https://doi.org/10.1029/1999JB900120>

Wilson A. (2009) Fluvial bedrock abrasion by bedload: process and form. Trinity College. University of Cambridge. A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy. 242 p.

## PROCESSES OF FORMATION OF LONGITUDINAL PROFILE OF A RIVER<sup>1</sup>

A. Yu. Sidorchuk<sup>a, #</sup>

<sup>a</sup> *Lomonosov Moscow State University, Faculty of Geography, Moscow, Russia*

<sup>#</sup> *E-mail: fluvial05@gmail.com*

A general equation of vertical deformations of the longitudinal profile of a river channel is proposed. It describes the change in time of the altitudes of alluvial river bed due to the change in the flow's transport capacity along the length of the flow; abrasion and erosion of bedrock of the river bottom; the effect of sediment supply from slopes, and the general change in heights in the river basin due to tectonic movements. These processes and effects are described by empirical mathematical functions that depend on time, longitudinal coordinate, hydraulic characteristics of the flow and conditions in the catchment area and on the territory. The components of the general equation and of the mathematical expressions of individual processes are considered and the main combinations of erosion, stability and accumulation conditions in the river channel are obtained.

**Keywords:** vertical deformations of the river bed; mathematical model; alluvial layer; bedrock of the river; slope processes; tectonic movements

### REFERENCES

- Ananyan A.K. (1962) Forecasting the stable form of the longitudinal profile of the river. In: *Rezultaty kompleksnykh issledovaniy po Sevanskoj probleme*. Vol. 2. Yerevan: AN ArmSSR (Publ.). P. 154–180 (in Russ).
- Antropovsky V.I. (2008) Morfologiya i deformatsiya rusel rek s proyavleniyami karstovo-suffuzionnykh protsessov (Morphology and deformation of river channels with manifestations of karst-suffusion processes). Sankt-Peterburg: Izdvo RGPU im. A.I. Gertsena (Publ.). 117 p. (in Russ).
- Baulig A. (1956) Ocherki geomorfologii (Essays on geomorphology). Moscow: Inostr. lit. (Publ.). 262 p. (in Russ).
- Chalov R.S. (2002) Mountain rivers and rivers in the mountains: longitudinal profile, morphology, and channel dynamics. *Geomorfologiya*. No. 3. P. 26–40 (in Russ).
- Davis W.M. (1922) Peneplains and the geographical cycle. *Geol. Soc. Am. Bull.* Vol. 33. No. 3. P. 587–598. <https://doi.org/10.1130/GSAB-33-587>
- Devdariani A.S. (1963) Equilibrium profile and regular regime. In: *Voprosy geografii*. No. 63. Moscow: Geografiz (Publ.). P. 33–48 (in Russ).
- Dobrovolskaya N.G., Lodina R.V., Chalov R.S. (1991) On the significance of mechanical and biochemical weathering for the channel alluvium composition. *Geomorfologiya*. No. 1. P. 59–64 (in Russ).
- Dokuchaev V.V. (1878) Sposoby obrazovaniya rechnykh dolin Evropeiskoi Rossii (Methods of formation of river valleys of European Russia). Sankt-Petersburg: V. Dermakov (Publ.). 221 p. (in Russ).
- Exner F.M. (1920) Zur physik der dünen. *Akad. Wiss. Wien Math. Naturwiss. Klasse*. Vol. 129(2a). P. 929–952 (in German).
- Gao W., Li D., Wang Z.B. et al. (2020) The longitudinal profile of a prograding river and its response to sea level rise. *Geophys. Res. Lett.* Vol. 47. Iss. 21. P. 1–9. <https://doi.org/10.1029/2020GL090450>
- Golovinsky N.A. (1865) O posletretichnykh obrazovaniyakh po Volge v ee srednem techenii (On post-Tertiary formations along the Volga in its middle reaches). Kazan: Kazan Univ. (Publ.). 76 p. (in Russ).
- Grishanin K.V. (1979) Teoriya ruslovogo protsessa (Theory of the channel process). Moscow: Transport (Publ.). 215 p. (in Russ).
- King L.C. (1953) Canons of landscape evolution. *Geol. Soc. Am. Bull.* Vol. 64. Iss. 7. P. 721–752. [https://doi.org/10.1130/0016-7606\(1953\)64\[721:COLE\]2.0.CO;2](https://doi.org/10.1130/0016-7606(1953)64[721:COLE]2.0.CO;2)
- Lague D. (2014) The stream power river incision model: evidence, theory and beyond. *Earth Surf. Processes and Landforms*. Vol. 39. No. 1. P. 38–61. <https://doi.org/10.1002/esp.3462>
- Makkaveev N.I. (1955) Ruslo reki i eroziya v ee basseine (River bed and erosion in its basin). Moscow: AN SSSR (Publ.). 346 p. (in Russ).

<sup>1</sup> For citation: Sidorchuk A.Yu. (2025) Processes of formation of longitudinal profile of a river. *Geomorfologiya i Paleogeografiya*. Vol. 56. No. 2. P. 185–196 (in Russ). <https://doi.org/10.31857/S2949178925020017>; <https://elibrary.ru/GPONPU>

- Makkaveev N.I. (1971) Stok i ruslovye protsessy (Runoff and channel processes). Moscow: MGU (Publ.). 115 p. (in Russ).
- Markov K.K. (1948) Osnovnye problemy geomorfologii (Basic problems of geomorphology). Moscow: Geografiz (Publ.). 344 p. (in Russ).
- Nazarov N.N. (1999) Theoretical and applied aspects of studying the patterns of modern formation of karst sections of river valleys. In: *Materialy i kratkie soobshcheniya 14 plenuma mezhdunarodnogo koordinatsionnogo soveshchaniya po probleme erozionnykh, ruslovykh i ust'evykh protsessov*. Ufa: BGU (Publ.). P. 168–169 (in Russ).
- Nazarov N.N., Chalov R.S., Chalov S.R., Chernov A.V. (2006) Longitudinal profiles, morphology and dynamics of river channels in mountain and lowland areas. *Geograficheskiy vestnik*. No. 2(4). P. 37–47 (in Russ).
- Panin A.V., Sidorchuk A. Yu. (1992) Morphodynamics of the Alabuga River bed (Kyrgyzstan). In: *Doklady sekcii ruslovykh protsessov Nauchnogo Soveta GKNT. Problemy gidravliki i ruslovogo protsessa gornyykh rek*. Vol. 3. Sankt-Petersburg: Gidrometeoizdat (Publ.). P. 129–138 (in Russ).
- Panin A.V., Sidorchuk A. Yu., Chalov R.S. (1990) Catastrophic rates of the fluvial relief formation. *Geomorfologiya*. No. 2. P. 3–11 (in Russ).
- Pfeiffer A.M., Finnegan N.J., Willenbring J.K. (2017) Sediment supply controls equilibrium channel geometry in gravel rivers. *Earth, Atmospheric and Planetary Sciences*. Vol. 114. No. 13. P. 3346–3351. <https://doi.org/10.1073/pnas.1612907114>
- Potapov I.I., Snigur K.S. (2019) On the solution of the Exner equation for a bottom with a complex morphology. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovaniye*. Vol. 11. No. 3. P. 449–461 (in Russ). <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2019-11-3-449-461>
- Royden L., Perron J.T. (2013) Solutions of the stream power equation and application to the evolution of river longitudinal profiles. *J. Geophys. Res.: Earth Surf.* Vol. 118. Iss. 2. P. 497–518. <https://doi.org/10.1002/jgrf.20031>
- Shamov G.I. (1959) Rechnye nanosy (River sediments). Leningrad: Gidrometeoizdat (Publ.). 378 p. (in Russ).
- Sidorchuk A. (2015) Gully erosion in the cold environment: Risks and hazards. *Adv. Environ. Res. (Hauppauge, NY, U.S.)*. Vol. 44. P. 139–192.
- Sidorchuk A. (2023) The processes of aggradation and incision in the channels in the Terek River basin, the North Caucasus: The hydrological fluvial archives of the recent past. *Quaternary*. Vol. 6. No. 3. P. 47. <https://doi.org/10.3390/quat6030047>
- Sidorchuk A. Yu. (1998) Dynamic model of gully erosion. *Geomorfologiya*. No. 4. P. 28–38 (in Russ).
- Sklar L.S., Dietrich W.E. (2001) Sediment and rock strength controls on river incision into bedrock. *Geology*. Vol. 29. No. 12. P. 1087–1090. [https://doi.org/10.1130/0091-7613\(2001\)029<1087:SARSCO>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1130/0091-7613(2001)029<1087:SARSCO>2.0.CO;2)
- Stock J.D., Montgomery D.R. (1999) Geologic constraints on bedrock river incision using the stream power law. *J. Geophys. Res.* Vol. 104. Iss. B3. P. 4983–4993. <https://doi.org/10.1029/98JB02139>
- Stock J.D., Montgomery D.R., Collins B.D. et al. (2005) Field measurements of incision rates following bedrock exposure: Implications for process controls on the long profiles of valleys cut by river debris flows. *Geol. Soc. Am. Bull.* Vol. 117. Iss. 11/12. P. 174–194. <https://doi.org/10.1130/B25560.1>
- Trofimov A.M., Moskovkin V.M. (1982) Modeling of a stable river-canal system. *Geografiya i prirodnye resursy*. No. 4. P. 101–107 (in Russ).
- Trustrum N.A., Gomez B., Page H.J. et al. (1999) Sediment production, storage and output: the relative role of large magnitude events in steep-land catchments. *Zeitschrift für Geomorphologie (Suppl.)*. Vol. 115. P. 71–86.
- Velikanov M.A. (1948) Gidrologiya sushi (Hydrology). Leningrad: Gidrometeoizdat (Publ.). 530 p. (in Russ).
- Velikanov M.A. (1958) Ruslovoi protsess (osnovy teorii) (Channel process (fundamentals of theory)). Moscow: Fizmatgiz (Publ.). 395 p. (in Russ).
- Voskresensky S.S., Voskresensky K.S. (1975) The developed longitudinal profile of the river. *Geomorfologiya*. No. 1. P. 14–22 (in Russ).
- Wang Y., Zheng D., Zhang H. (2022) The methods and program implementation for river longitudinal profile analysis – RiverProAnalysis, a set of open-source functions based on the Matlab platform. *Sci. China: Earth Sci.* Vol. 65. P. 1788–1809. <https://doi.org/10.1007/s11430-021-9938-x>
- Whipple K.X., Tucker G.E. (1999) Dynamics of the stream-power river incision model: Implications for height limits of mountain ranges, landscape response timescales, and research needs. *J. Geophys. Res.* Vol. 104. Iss. B8. P. 17661–17674. <https://doi.org/10.1029/1999JB900120>
- Wilson A. (2009) Fluvial bedrock abrasion by bedload: process and form. Trinity College. University of Cambridge. A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy. 242 p.